

黃金分割Golden Section

九龍真光中學

組別：GroupA22

報告類型：B

蘇婉茵, 伍嘉琪

目的

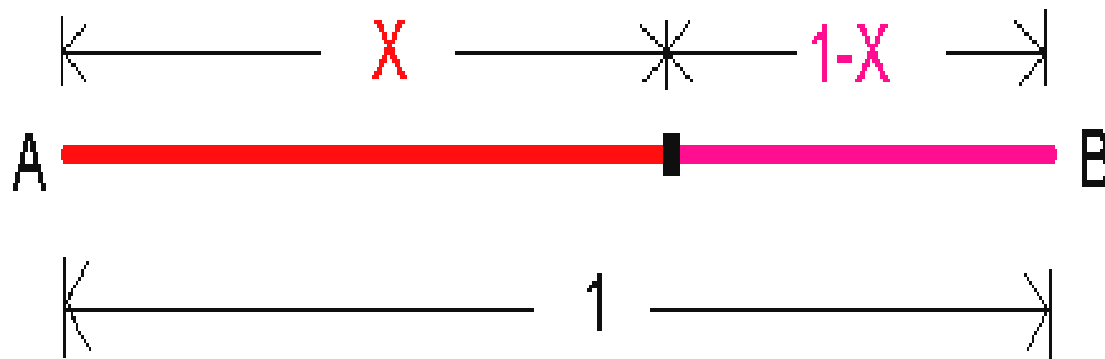
- ◆ 這是一個關於黃金分割的科學現象的調查和理論應用的報告
- ◆ 探討在日常生活中有關黃金分割的事物和其實際應用。

目錄

- ◆ 背景資料
- ◆ 研究部分
 - ◆ 一·小提琴弦上的黃金分割
 - ◆ 二·畢氏學派標幟證明
 - ◆ 三·松果中的黃金螺線、費氏數列及黃金角
 - ◆ 四·人體中的黃金比
 - ◆ 五·中醫穴位與黃金分割點的關係
 - ◆ 六·股票市場的黃金比

背景資料～定義

- ◆ 將線段AB分割成兩段使 短段:長段=長段:全段



$$(1-X) : X = X : 1$$

$$X^2 = 1-X$$

$$X^2 + X - 1 = 0$$

$$X = 0.618$$

- ◆ 這比值稱為黃金比
- ◆ 這樣的分割方式稱為黃金分割

背景資料～研究起源

追溯到公元前六世紀古希臘數學家
畢達哥拉斯

- ◆畢氏發現弦琴弦線之完美分割點
- ◆畢氏學派的標幟



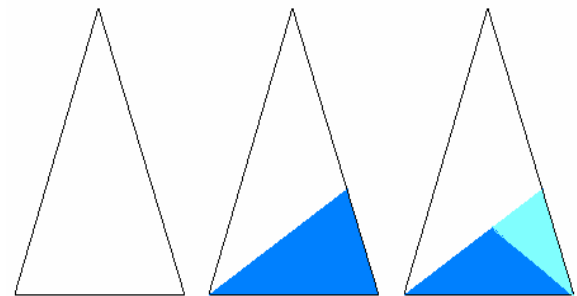
背景資料～幾何圖形黃金比

- ◆ 很多幾何圖形也出現黃金比
- ◆ 黃金矩形
- ◆ 長和寬的比為 $1 : 0.618$ 的矩形，被喻為比例最勻稱的矩形



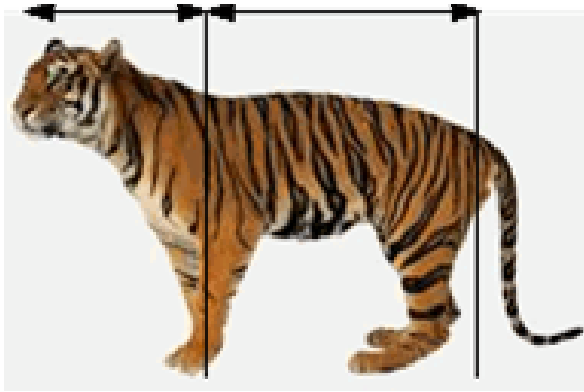
黃金三角形

- ◆ 頂角為 36° 角的等腰三角形，其底與腰之比恰為黃金比。如圖，可不斷製造出黃金三角形。



背景資料～自然界中的黃金比

- ◆ 此外，在動物和昆蟲上也見黃金比出現。



- ◆ 動物軀幹也有黃金比
- ◆ 頭到前肢：前肢至臀

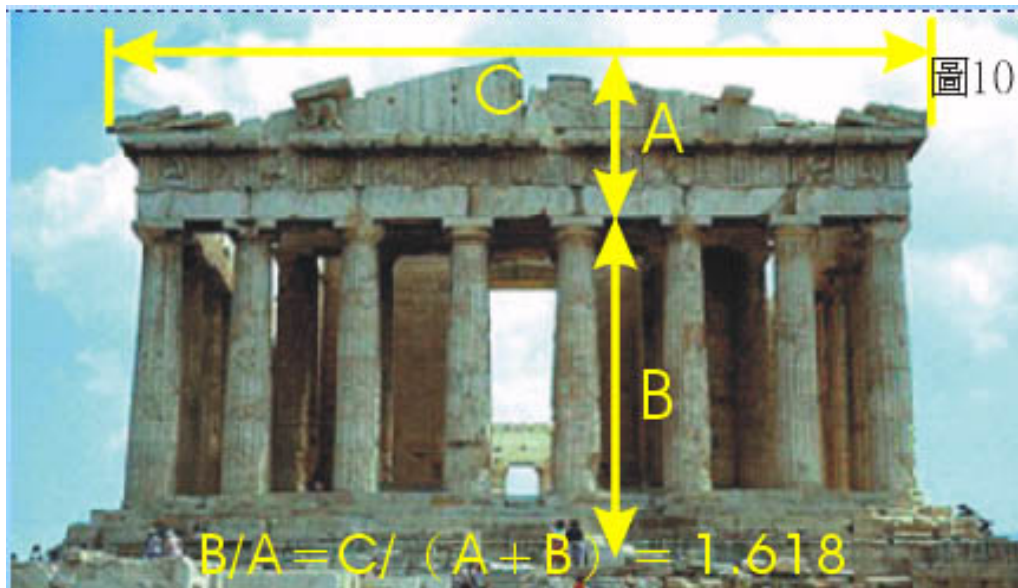


蝴蝶展翅後呈現黃金矩形

背景資料~藝術中的黃金比

- ◆ 黃金比被認為是最完美比例，所以廣泛應用到藝術上

1. 建築



雅典的巴特農神殿其長和闊的比及頂部與柱的比也是黃金比

背景資料~藝術中的黃金比

2. 繪畫

◆ 試比較下列兩圖



達文西在1502~05年繪畫的「蒙娜麗莎的微笑」畫中完美的黃金比例，流露著莊嚴、和諧、神秘的氣質

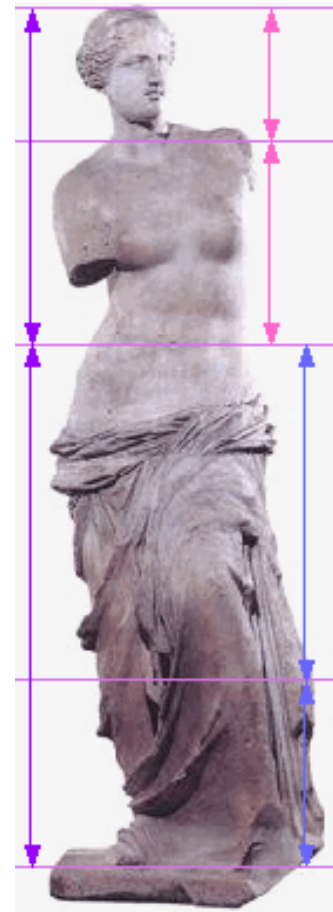


波特羅於1977年挪用了達文西作品繪了一幅違反黃金比的畫，奇特的比例、圓滿肥胖的風格，予人另一種可愛的感覺

背景資料~藝術中的黃金比

3. 雕像

- ◆古希臘雕塑「維納斯」，象徵愛與美的女神，被視為女性體型美的標準



背景資料

- ◆ 在潛移默化中，大多數藝術家及學者也不知不覺地認同了這比例，而且他們在藝術創作上自然地應用了。
- ◆ 之後我們將作出一系列的研究。

研究部分 1 ~ 琴弦上的黃金分割

研究背景：

畢達哥拉斯有把單弦琴弦線在約五分之三長度的地方用承托托著時，兩邊就能彈出極之美妙的和音，他就把這比例命名為「完美的五分」

在此我們作出了計算研究，

證明了在琴弦上五分三的位置承托著，

其兩端頻率剛好會形成perfect 5th的兩個音

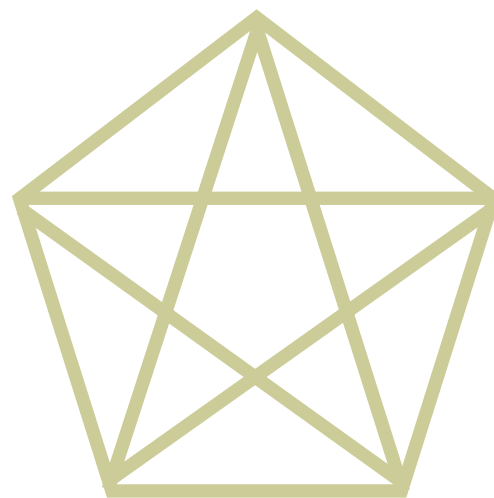
音樂上的 I chord的頭尾兩個音的音程都是符合黃金比的perfect 5th



研究部分 2 ~ 畢氏學派標幟證明

研究背景

- ◆ 畢氏學派是正五邊形以及由對角線相交而成的星形標幟
- ◆ 整條對角線與長段的比值，恰等於長段與短段的比值，也等於正五邊形邊長與對角線長度的比
- ◆ 這個比值也就是黃金比



研究部分 2 ~ 畢氏學派標幟證明

$$\text{Let } AB = x, BE = y, \angle ABE = \angle AEB = \theta$$

$$\angle BAE = 180^\circ(5-2) = 108^\circ$$

$$\theta = (180^\circ - 108^\circ) / 2 = 36^\circ$$

$$5\theta = 180^\circ$$

$$3\theta = 180^\circ - 2\theta$$

$$\cos 3\theta = \cos(180^\circ - 2\theta)$$

$$4\cos^3 \theta - 3\cos \theta = -\cos 2\theta$$

$$4\cos^3 \theta - 3\cos \theta + 2\cos^2 \theta + 1 = 0$$

$$(\cos \theta + 1)(4\cos^2 \theta - 2\cos \theta - 1) = 0$$

$$\cos \theta = -1 (\text{reject } \because \theta = 36^\circ, \cos \theta \neq -1) \text{ or } \cos \theta = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(4)(-1)}}{2(4)}$$

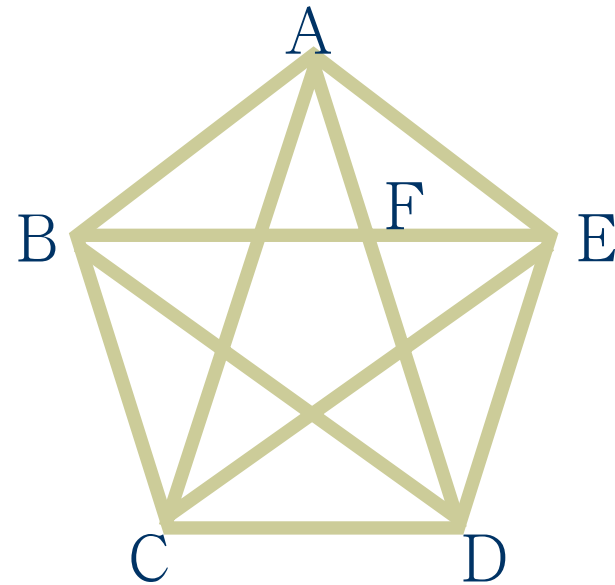
$$\cos \theta = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{8}$$

$$\cos \theta = \frac{\pm \sqrt{5} + 1}{4}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{5} + 1}{4} \text{ or } \frac{y}{x} = \frac{-\sqrt{5} + 1}{4} (\text{reject}, \because \frac{y}{x} \in \mathbb{R}^+)$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{5} + 1} = \frac{2(\sqrt{5} - 1)}{5 - 1} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0.618$$

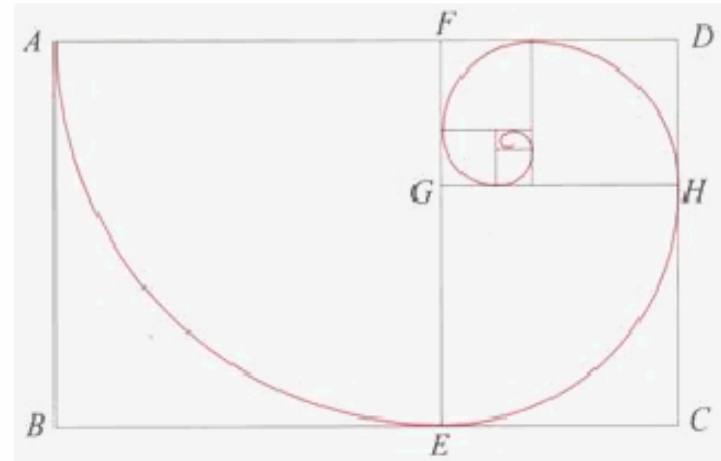
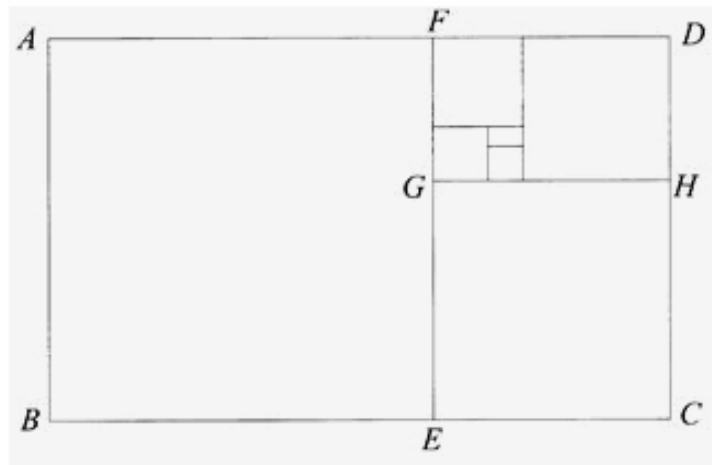


由此，我們證明了正五邊形的長及其對角線與及對角線中的長段及短段也成黃金比

研究部分 3 ~ 松果中的黃金螺線、費氏數列及黃金角

研究背景：

- ◆ 自然界中存在很多黃金比的例子
- ◆ 1. 黃金螺線
- ◆ 黃金螺旋狀曲線可由具黃金比矩形畫出



研究部分 3 ~ 松果中的黃金螺線、費氏數列及黃金角



- ◆海螺縱切面可見到美麗的螺線

研究部分 3 ~ 松果中的黃金螺 線、費氏數列及黃金角

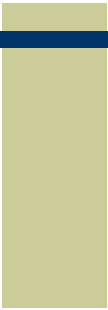


- ◆ 向日葵花盤呈現兩組交錯的螺線

研究部分 3 ~ 松果中的黃金螺線、費氏數列及黃金角

- ◆ ~黃金螺線與費波那西數列也有密切的關係
- ◆ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...
- ◆ 如在向日葵裡順時針螺線的數目經常是34，而逆時針方向則為55，也有兩組螺線的數目分別為55及89，甚至還有多到89及144的。
這是費氏數列中相鄰兩項的數值(比值愈趨向黃金比)。
- ◆ ~螺線的角度也是造成螺線數目的主因





研究部分 3 ~ 松果中的黃金螺線、費氏數列及黃金角

- ◆ ~ 黃金角也可在向日葵中看到
- ◆ ~ 樹葉以黃金角沿枝幹螺旋上升，有利植物通風和採光



研究部分 3 ~ 松果中的黃金螺線、費氏數列及黃金角

- ◆ 我們拾了約30顆松果，以其作研究黃金螺線的對象。

數目	順時針	逆時針
17個	8旋轉	13旋轉
12個	13旋轉	8旋轉
1個	13旋轉	11旋轉

- ◆ 這顯示大部份的松果鱗片的螺線數按照相鄰的費氏數排列也形成了左旋與右旋螺線的黃金角度。

研究部分 3 ~ 松果中的黃金螺線、費氏數列及黃金角

- ◆ 黃金螺線、黃金角和費氏數列是在自然界經常出現其中一種數學模式
- ◆ 這些數學模式和遺傳指令可能有密切關係。
- ◆ 相信研究這數學模式對生物學的基因排列、遺傳指令的研究會有很大幫助。

研究部分 4 ~ 人體中的黃金比

研究背景：

我們知道在人體的比例中存在黃金比
而肚臍應為理想分割點。

我們會量度學校中同學們的身高比例
是否乎合黃金比。

研究部分 4 ~ 人體中的黃金比

身高肚臍比例

以下是就是同學身高、肚臍的高度、肚臍的高度與身高之比的數據

身高(cm)	肚臍的高度(cm)	肚臍的高度與身高之比			
160	95.5	0.596875	161	95	0.590062112
158.8	95	0.598236776	163	98	0.601226994
158	97.5	0.617088608	159	95	0.597484277
156.5	95	0.607028754	158	96.5	0.610759494
146	84	0.575342466	163	97.5	0.598159509
153	95	0.620915033	160	99	0.61875
153	94	0.614379085	167	101	0.604790419
157.9	94.5	0.598480051	153	95	0.620915033
160	99	0.61875	163.5	100	0.611620795
155	96	0.619354839	158	96	0.607594937
170.5	102	0.598240469	163	100	0.613496933
150	90	0.6	159	98.5	0.619496855
153.6	91.2	0.59375	156	95.5	0.612179487
160	95	0.59375	167	102.5	0.613772455
			170	100	0.588235294
			163.5	100	0.611620795

◆但研究結果顯示大部份人肚臍與身高之比只會接近黃金比，不會絕對等於黃金比

研究部分 4 ~ 人體中的黃金比

- ◆ 穿適當高跟鞋可使人身高比例較接近黃金比，看起來也較有美感

原本軀幹與身高的比值	身高	高跟鞋高度	穿了高跟鞋後的新比值
0.60	160	2.54(一吋)	0.606
0.60	160	5.08(二吋)	0.612
0.60	160	7.62(三吋)	0.618

- ◆ 我們編寫了一個PASCAL程序，可找出適合您穿的鞋子之高度

研究部分 4 ~ 人體中的黃金比

- ◆ 高跟鞋及鬆糕鞋的比較
- ◆ 男孩子與女孩子的不同比例

研究部分 5 ~ 中醫穴位與黃金分割點的關係

研究背景：

在中醫學方面，人體上的黃金分割點與穴位好像有一點關係，於是我們找了一些中醫穴位書籍，研究中醫穴位是否與黃金分割點有關。

研究部分 5 ~ 中醫穴位與黃金分割點的關係

我們知道身體上有不同的黃金分割點，我們又把這些點與穴位相配如下：

黃金分割點	位置	穴位	黃金分割點	位置	穴位
全身比例	肚臍	神厥穴	發際—頰底	鼻下點	水溝
下身	膝關節	委中穴	上身	咽喉	廉泉
手	肘關節	曲池穴	鼻底—頰底	唇珠點	兌端
軀幹	乳頭(間)	乳中穴(壇中)	鼻底—頰底	頰唇溝正路點	承漿
發際—頰底	眉間點	闕中穴			

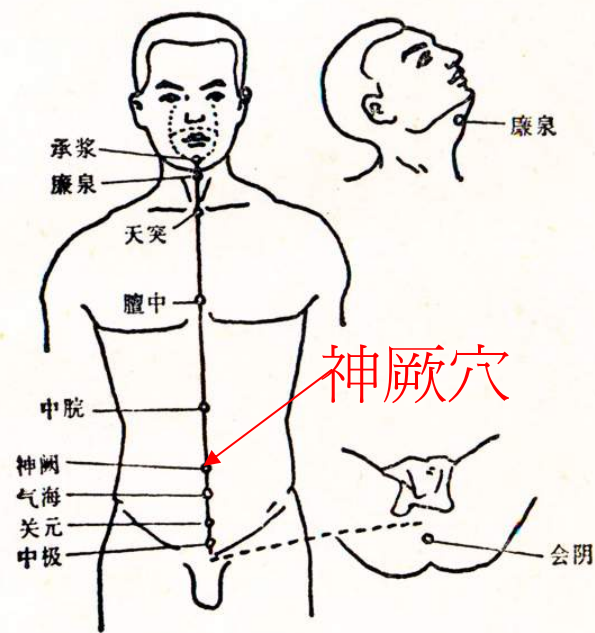
研究部分 5 ~ 中醫穴位與黃金分割點的關係

之後我們又按著這幾個穴位尋找其中的關係，我們發現有些穴位是有關連的：

病種	針灸穴位
1.腰抵關節	(腰穴)腰陽關，十七椎下，白環俞，(腳穴)承山，委中，昆侖
2.椎間關節	相應的背部穴，(腳穴)殷門，委中

研究部分 5 ~ 中醫穴位與黃金分割點的關係

- ◆ 神厥穴位於人的肚臍
- ◆ 中醫學所採用的**臍療**利用這個肚臍位置來讓人體吸收藥汁
- ◆ 據說這種醫治方法對身體一些長期病有治根作用
- ◆ 效果可能比西醫治標方法有效。



图十三 任脉及其常用
穴位图

研究部分 6 ~ 股票市場的黃金比

- ◆ 可以用黃金比預計股市上落
- ◆ 這也是 0.382 技術

HONG KONG HANG SENG INDEX
as of 10-Mar-2005



結論

- ◆ 日常生活中有很多關於黃金分割的事物
- ◆ 其實際應用也很廣泛
(如在藝術上，人體上，股市預計上)